

Βέλτιστος έλεγχος – 3η σειρά ασκήσεων

1. Το σύστημα,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + [1 - x_1^2(t)]x_2(t) + u(t)\end{aligned}$$

πρέπει να ελεγχθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κριτήριο,

$$J = \int_0^1 \frac{1}{2} [2x_1^2(t) + x_2^2(t) + u^2(t)] dt$$

Να βρεθεί ο έλεγχος $u(t)$ που ελαχιστοποιεί την Χαμιλτονιανή για,

(α) μη φραγμένο $u(t)$

(β) $|u(t)| \leq 1$

(οι αρχικές και τελικές καταστάσεις θεωρούνται δεδομένες).

2. Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει μία δεξαμενή με διαρροή είναι η,

$$\dot{x}(t) = -0,1x(t) + u(t)$$

όπου $x(t)$ είναι η στάθμη της δεξαμενής και $u(t)$ ($0 \leq u(t) \leq M$) η εισροή νερού στο χρόνο t .

(α) Να βρεθεί ο βέλτιστος έλεγχος που ελαχιστοποιεί το,

$$J = \int_0^{100} -x(t) dt$$

(β) Επαναλάβετε το (α) με τον επιπλέον περιορισμό,

$$\int_0^{100} u(t) dt = K \quad (\text{σταθερά})$$

(γ) Να βρεθεί ο βέλτιστος έλεγχος αν $J = -x(100)$ και,

$$\int_0^{100} u(t) dt = K \quad (\text{σταθερά})$$

(δ) Ποιες είναι οι φυσικές ερμηνείες των κριτηρίων και περιορισμών;

