

Βέλτιστος έλεγχος – 2η σειρά ασκήσεων

Λύστε τις ακόλουθες ασκήσεις με χρήση των βασικών αρχών.

1. Βρείτε την ελαχίστου μήκους τμηματικά ομαλή καμπύλη που συνδέει τα σημεία $x(-2)=0$ και $x(1)=0$ και τέμνει την καμπύλη $x(t)=t^2+2$ σ' ένα σημείο.
2. Προσδιορίστε τις αναγκαίες συνθήκες (εκτός των συνοριακών) που πρέπει να ικανοποιούνται από τα ακρότατα των συναρτησιακών:

$$(α) \quad J(w) = \int_{t_0}^{t_f} [w_1^2(t) + w_1(t)w_2(t) + w_2^2(t) + w_3^2(t)] dt$$

υπό τους περιορισμούς,

$$\dot{w}_1(t) = w_2(t)$$

$$\dot{w}_2(t) = -w_1(t) + [1 - w_1^2(t)]w_2(t) + w_3(t)$$

$$(β) \quad J(w) = \int_{t_0}^{t_f} [\lambda + w_3^2(t)] dt, \quad \lambda > 0$$

υπό τους περιορισμούς,

$$\dot{w}_1(t) = w_2(t)$$

$$\dot{w}_2(t) = w_3(t)$$

3. Βρείτε τα ακρότατα του συναρτησιακού,

$$J(x) = \int_0^1 [\dot{x}^2(t) + t^2] dt$$

που ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες $x(0)=0$, $x(1)=0$ και τον περιορισμό,

$$\int_0^1 x^2(t) dt = 2$$